《概率统计》期中考试试卷

1999 年 11 月 11 日，每题 10 分

1. 假设有 102 人选修本课，问至少有两人生日相同的概率是多少？（一年以 365 天计，同月同日但不同年也算生日相同。）

2. 假定市场上每年对某商品的需求量为随机变量，服从 $[2000, 4000]$ 均匀分布，单位为吨。设每售出这种商品一吨可获利 3 万元，但假如销售不出而屯积于仓库，则每吨需浪费保养费 1 万元。问应组织多少货源，才能收益最大。

3. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{20}$ 独立同分布， $Var(X_i) = 1$, 试估计 $P(|S| \geq 10)$, 其中

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_{10} - X_{11} - X_{12} - \cdots - X_{20}.$$

4. 若随机变量 ξ 服从拉普拉斯分布，其密度函数为

$$p(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-|x-\mu|/\lambda}, -\infty < x < \infty, \lambda > 0,$$

试求 $E\xi$ 及 $Var(\xi)$.

5. 设昆虫生产 k 个卵的概率 $p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, 又设一个虫卵能孵化为昆虫的概率等于 p, 若卵的孵化是相互独立的, 问此昆虫的下一代有 l 条的概率是多少？

6. 设 X, Y 相互独立，分别服从自由度为 k_1, k_2 的 χ^2 分布，证明 $X + Y$ 也服从 χ^2 分布，自由度为 $k_1 + k_2$.

7. 设 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < x\}$ 上的均匀分布，求相关系数 ρ.

8. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立， $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$. 证明

$$\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}).$$